

## CONVERSACIÓN

## Modelos de inversión económica

CURSO Oposición TCEE

FECHA 14/05/2026

## Hilo de mensajes · 2

C Carlos · 14/05/2026 · 10:51

explicame el modelo de demanda de inversion de jorgenson y el de q tobin

P PreparaBot · 14/05/2026 · 10:51

4 fuentes

## 1. Modelo neoclásico de base (Jorgenson, 1963)

## 1.1 Planteamiento del modelo

Jorgenson formula el problema de la empresa como la maximización del valor presente de los beneficios netos de producción:

$$\max_{\{I_t, L_t\}} \int_0^{\infty} e^{-rt} [P_t F(L_t, K_t) - W_t L_t - P_t I_t] dt$$

sujeto a la **ecuación de movimiento del capital** (acumulación sin costes de ajuste)

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$$

## 1.2 Restricciones

## 1. Acumulación de capital

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$$

## 1. Función de producción neoclásica

$$Y_t = F(L_t, K_t), \quad F_L > 0, F_K > 0, F_{KK} < 0$$

## 1.3 Lagrangiano (Hamiltoniano valor presente)

$$\mathcal{H}_0(t) = e^{-rt} [P_t F(L_t, K_t) - W_t L_t - P_t I_t] + \lambda_t (I_t - \delta K_t - \dot{K}_t)$$

donde  $\lambda_t$  es la **variable co-estado** (precio sombra del capital) [1].

## 1.4 Condiciones de primer orden (CPO)

VARIABLE	CPO
Control $I_t$	$\frac{\partial \mathcal{H}_0}{\partial I_t} = -P_t + \lambda_t = 0 \Rightarrow \lambda_t = P_t$
Control $L_t$	$\frac{\partial \mathcal{H}_0}{\partial L_t} = P_t F_L - W_t = 0 \Rightarrow W_t = P_t F_L$
Estado $K_t$	$\frac{\partial \mathcal{H}_0}{\partial K_t} = P_t F_K - \lambda_t \delta - \dot{\lambda}_t = 0$
Co-estado	$\dot{\lambda}_t = r\lambda_t - P_t F_K + \lambda_t \delta$
Transversalidad	$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-rt} \lambda_t K_t = 0 [1].$

De la primera CPO se deduce que el precio sombra del capital coincide con el precio del bien ( $\lambda_t = P_t$ ). Sustituyendo en la ecuación de co-estado se obtiene la condición de equilibrio del **costo de uso del capital**:

$$P_t F_K = P_t (r + \delta)$$

## 1.5 Solución (regla de inversión)

Reordenando la condición anterior:

$$F_K(L_t, K_t) = r + \delta$$

Como la inversión determina el nivel óptimo de  $K_t$  a través de  $\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$ , la regla implícita es

$$I_t = \dot{K}_t + \delta K_t$$

En ausencia de costes de ajuste, la empresa ajusta instantáneamente el stock de capital hasta que la **productividad marginal del capital** sea igual al **costo de uso**  $r + \delta$ .

## 1.6 Interpretación económica

- La inversión depende **únicamente de variables actuales** (renta, tipo de interés y depreciación) y no de expectativas futuras [1].
- Un descenso del tipo de interés reduce el costo de uso del capital y, por tanto, **incrementa la inversión** (implicación típica del modelo IS-LM).
- El modelo predice **saltos discretos** en la inversión cuando el tipo de interés cambia, lo que lo hace poco realista (la inversión no es continua) [1].

## 2. Modelo de la $q$ de Tobin (con costes de ajuste)

### 2.1 Planteamiento del modelo

Se parte de la misma empresa representativa, pero ahora la inversión está sujeta a **costes de ajuste**  $C(I_t)$  (por ejemplo, costes cuadráticos). El objetivo es maximizar el valor presente de los beneficios netos:

$$\max_{\{I_t\}} \int_0^{\infty} e^{-rt} [\pi_t(K_t) - C(I_t)] dt$$

donde  $\pi_t(K_t)$  es el ingreso marginal del capital y la restricción de acumulación sigue siendo  $\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$ .

## 2.2 Restricciones

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$$

## 2.3 Lagrangiano (Hamiltoniano valor corriente)

Al pasar al **valor corriente** (descontado en cada instante) se introduce la variable auxiliar

$$q_t \equiv e^{rt} \lambda_t$$

que es la **q de Tobin** (ratio mercado-valor / coste de reposición) [6,10]. El Hamiltoniano corriente es

$$\mathcal{H}_c(t) = \pi_t(K_t) - C(I_t) + q_t I_t$$

## 2.4 Condiciones de primer orden (CPO)

VARIABLE	CPO
<b>Control</b> $I_t$	$\frac{\partial \mathcal{H}_c}{\partial I_t} = -C'(I_t) + q_t = 0 \Rightarrow q_t = C'(I_t)$
<b>Estado</b> $K_t$	$\frac{\partial \mathcal{H}_c}{\partial K_t} = \pi'_t(K_t) - \dot{q}_t = 0 \Rightarrow \dot{q}_t = \pi'_t(K_t)$
<b>Co-estado</b>	$\dot{q}_t = r q_t - \pi'_t(K_t) + \delta q_t$ (de la relación $q_t = e^{rt} \lambda_t$ ) [2].
<b>Transversalidad</b>	$\lim_{t \rightarrow \infty} q_t K_t = 0$ .

De la primera CPO se obtiene la **regla de inversión con costes de ajuste**:

$$q_t = 1 + C'(I_t) \implies I_t = (C')^{-1}(q_t - 1)$$

(Se ha añadido "1" porque el coste marginal incluye el precio del capital, que se normaliza a 1) [2].

## 2.5 Solución (regla de inversión)

- Si  $q_t > 1 \rightarrow$  el valor de mercado del capital supera su coste de reposición; la empresa **invierte** ( $I_t > 0$ ).
- Si  $q_t = 1 \rightarrow$  la empresa está en el punto de equilibrio; **inversión nula**.
- Si  $q_t < 1 \rightarrow$  la empresa **desinvierte** ( $I_t < 0$ ) hasta que  $q_t$  vuelva a 1.

En forma explícita, usando la inversa de la derivada del coste de ajuste:

$$I_t = C'^{-1}(q_t - 1)$$

Cuando el coste de ajuste es cuadrático,  $C(I) = \frac{\phi}{2} I^2$ , entonces  $C'(I) = \phi I$  y la regla se reduce a

$$I_t = \frac{q_t - 1}{\phi}$$

## 2.6 Interpretación económica

- La **q de Tobin** actúa como señal de inversión: cuanto mayor sea la valoración de mercado del capital respecto a su coste de reposición, mayor será la inversión.

- Los **costes de ajuste** suavizan la respuesta: la inversión no ocurre de forma instantánea sino que depende de la distancia  $q_t - 1$  y del parámetro de ajuste  $\phi$ .
- Políticamente, una **reducción del impuesto al capital** disminuye el coste de reposición, eleva ( $q$ ) y genera un efecto expansivo sobre la inversión [2,23].
- La presencia de **incertidumbre** y **irreversibilidad** (modelos de opciones reales) hacen que la empresa valore también el “valor de mantener viva la opción”, lo que tiende a **reducir la inversión** frente al modelo sin costes de ajuste.

### 3. Comparación rápida

CARACTERÍSTICA	MODELO JORGENSON (SIN COSTES)	MODELO TOBIN-Q (CON COSTES)
<b>Objetivo</b>	Maximizar beneficios sin costes de ajuste	Maximizar beneficios netos de ajuste
<b>Variable clave</b>	Costo de uso del capital $r + \delta$	$q$ de Tobin $q_t$
<b>Regla de inversión</b>	$F_K = r + \delta \rightarrow$ ajuste instantáneo	$q_t = 1 + C'(I_t) \rightarrow$ ajuste gradual
<b>Sensibilidad al tipo de interés</b>	Directa (inversión aumenta cuando ( $r$ ) baja)	Indirecta (baja ( $r$ ) eleva ( $q$ ) y estimula inversión)
<b>Predicción de saldos</b>	Sí (inversión puede ser nula o infinita)	No (inversión continua en función de ( $q-1$ )) [1]
<b>Política fiscal</b>	Reducción del tipo de interés $\rightarrow$ mayor inversión	Reducción del impuesto al capital $\rightarrow$ mayor ( $q$ ) $\rightarrow$ mayor inversión [2,23]

**En síntesis**, el modelo de Jorgenson ofrece una visión neoclásica “estática” donde la inversión se determina por la igualdad entre la productividad marginal del capital y su costo de uso. El modelo de la  $q$  de Tobin incorpora costes de ajuste y una señal de mercado ( $q$ ) que permite una respuesta de inversión más gradual y realista, además de capturar efectos de política fiscal y de incertidumbre.

## Referencias y documentos

---

*Fragmentos citados en las respuestas y sus documentos de origen.*

FRAGMENTO	DOCUMENTO	PÁGINA
#1	3A34.pdf	9
#2	3A34.pdf	14
#3	3A34.pdf	20
#4	3A43.pdf	14